ЛИНЕЙНЫЕ ПАРАБОЛИЧЕСКИЕ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ С ПРЕОБРАЗОВАНИЯМИ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ АРГУМЕНТОВ

Е. М. Варфоломеев

«LINEAR PARABOLIC FUNCTIONAL DIFFERENTIAL EQUATIONS WITH TRANSFORMATIONS OF SPATIAL VARIABLES»

E. M. Varfolomeyev

Российский университет дружбы народов, Москва, Россия
e-mail: eugene.varfolomeyev@gmail.com

Рассматриваются первая и вторая смешанные задачи для линейного параболического функционально-дифференциального уравнения

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t} = \Delta u(x,t) + \sum_{i=1}^{N} a_i u(g_i(x),t) + f(x,t), \qquad (x,t) \in Q \times (0,T), \qquad (1)$$

содержащего преобразования $g_i : R^n \to R^n$, $i = 1,\ldots,N$ пространственных переменных. Предполагается, что оператор

$$A : D(A) \subset L_2(Q) \to L_2(Q), \qquad (Au)(x) = (\Delta u)(x) + \sum_{i=1}^{N} a_i u(g_i(x))$$

с областью определения $D(A) = \{u \in W_2^2(Q) : Bu = 0\}$, где оператор B задает краевые условия первого или второго рода, является нормальным. Условия нормальности таких операторов, полученные в [1], определяют класс допустимых преобразований $g_1,\ldots,g_N$.

Нормальность оператора A эквивалентна существованию в $L_2(Q)$ ортонормированного базиса, состоящего из собственных функций оператора A (см. [2,3]). Опираясь на этот факт, методом Фурье (см. [4]) доказывается существование и единственность обобщенных решений первой и второй смешанных задач для уравнения (1) в анизотропном пространстве Соболева.

Работа выполнена при поддержке РФФИ, грант № 07-01-00268.

Литература

[1]. Варфоломеев Е. М. Современная математика. Фундаментальные направления, 2007, т. 21, с. 5–36.
[2]. Като Т. Теория возмущений линейных операторов. М.: Мир, 1972.
[3]. Рудин У. Функциональный анализ. М.: Мир, 1975.
[4]. Михайлов В. П. Дифференциальные уравнения в частных производных. М.: Наука, 1976.